

数 学

順天堂大学医学部 2024 年度型 そっくり類題セット

※ これは順天堂大学の入試問題ではありません。

2024 年度の出題形式（大問の数・設問の構成・解答形式）をもとに、
TMPS 医学館が題材や数値・設定を変えて作成したオリジナル問題です。

試験時間の目安：70 分

大問	ページ	時間配分の目安
大問Ⅰ（小問集合・マーク式）	2	26 分
大問Ⅱ（図形とベクトル・マーク式）	3	20 分
大問Ⅲ（逆関数と和・記述式）	4	18 分（見直し 6 分）

注意事項

- 大問Ⅰ・Ⅱは空欄 ア , イウ などに当てはまる数字または符号（－）を答える形式（マーク式を想定）。大問Ⅲは記述式で、結果だけでなく考え方や途中の式も書くこと。
- 分数は既約分数で答える。根号の中は最も小さい自然数にする。
- 同じ記号の空欄がある場合は同一の値が入る。
- 解答・解説は、解説ページ（TMPS 医学館の過去問解説図書館）に掲載している。

I 空欄に適する解答をマークせよ。ただし、同じ小問 ((1), (2), (3)) の中で同じ記号の空欄がある場合は同一の値がはいる。

(1)

(a) $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 \sin x + \cos x} dx$, $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2 \sin x + \cos x} dx$ とすると,

$A + 2B = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$, $2A - B = \log \boxed{\text{ウ}}$ である。したがって,

$A = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}} \pi + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \log \boxed{\text{ケ}}$, $B = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \log \boxed{\text{セ}}$ である。

(b) $C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 2}{3 \sin x + 2 \cos x + 13} dx$, $D = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + 3}{3 \sin x + 2 \cos x + 13} dx$ とすると,

$C = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \pi + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}} \log \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$, $D = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}} \pi - \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}} \log \frac{\boxed{\text{マミ}}}{\boxed{\text{ムメ}}}$ である。

(2) 1 個の正四面体のさいころ（目は 1, 2, 3, 4 で、どの目も同じ確率で出る）を 6 回投げるとき,

(a) 同じ目が続けて出ない確率は $\frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカキ}}}$ である。

(b) 同じ目が 2 回以上続けて出る確率は $\frac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシスセ}}}$ である。

(c) 同じ目が 5 回以上続けて出る確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチツテ}}}$ である。

(d) 同じ目が 3 回以上続けて出る確率は $\frac{\boxed{\text{ナニヌ}}}{\boxed{\text{ネノハヘ}}}$ である。

(3) 実数 b, c を用いて一般項が $a_n = \sum_{k=0}^n b^{n-k} c^k$ と表される数列 $\{a_n\}$ を考える。

(a) $b = 5, c = -2$ のとき, a_4 を 6 で割った余りは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(b) $b = \frac{1}{3}, c = -\frac{1}{4}$ のとき, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(c) $b = \frac{1}{3}, c = -\frac{1}{4}$ のとき, $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

ただし, $\lim_{n \rightarrow \infty} n x^n = 0$ ($|x| < 1$) を用いた。

II 空欄に適する解答をマークせよ。ただし、同じ記号の空欄がある場合は同一の値がはいる。

五角形 ABCDE は、 $AB = BC = CD = DE = 1$, $EA = \sqrt{3}$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$ を満たす凸五角形である。

(a) $\cos \angle ACE = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また、五角形 ABCDE の面積は $\frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(b) $\overrightarrow{CB} = \vec{p}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{q}$ とすると $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$, $\vec{p} \cdot \vec{q} = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

ここで $\overrightarrow{CA} = s\vec{p} + t\vec{q}$ とおくと、 $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$, $|\overrightarrow{CA}| = 1$, $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CA} > 0$ より $s = \boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$, $t = \boxed{\text{ス}}$ を得る。

辺 AE の中点を M とすると、 $\overrightarrow{CM} = \frac{\boxed{\text{セ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}(\vec{p} + \vec{q})$ となり、

$\overrightarrow{MB} = -\frac{\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}\vec{p} - \frac{\boxed{\text{ニ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}\vec{q}$ となる。

(c) 五角形 ABCDE と合同な五角形を用いて、隙間も重なりもなく平面を敷き詰める。この敷き詰めでは、各辺は隣り合う 2 枚の五角形に共有され、辺 AE を共有する隣の五角形は AE の中点 M に関して五角形 ABCDE と点対称であり、点 B には 4 枚の五角形の直角が集まっている。辺 AE が鉛直で C が M の右側にあるように座標平面におく。この敷き詰めに含まれる五角形のうち、五角形 ABCDE を平行移動して得られるものを考える。このうち、辺 A'E' の中点 M' が M に最も近く M の右下にあるものを五角形 A'B'C'D'E'、辺 A''E'' の中点 M'' が M に最も近く M の右上にあるものを五角形 A''B''C''D''E'' とする。

$\overrightarrow{MM'} = -(\boxed{\text{ハ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}})\vec{p} - (\boxed{\text{ヘ}} + \sqrt{\boxed{\text{ホマ}}})\vec{q}$ であり、

$|\overrightarrow{MM'}|^2 = \boxed{\text{ミ}} + \sqrt{\boxed{\text{ムメ}}}$, $\overrightarrow{MM'} \cdot \overrightarrow{MM''} = \boxed{\text{モ}}$ である。

また、 $\triangle MM'M''$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ヤ}} + \sqrt{\boxed{\text{ユヨ}}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ である。

III 以下の問いに答えよ。（解答用紙には結果だけでなく，考え方や途中の式も記すこと。）

$f(0) = 1$ で， $x \rightarrow \infty$ のとき $f(x) \rightarrow \infty$ となる連続な増加関数 $f(x)$ が逆関数 $f^{-1}(x)$ を持つとする。このとき，正の整数 n に対して $a_n = f^{-1}(n)$ とし，

$$S_n = \begin{cases} 0 & (n = 1) \\ \sum_{k=1}^{n-1} k(a_{k+1} - a_k) & (n \geq 2) \end{cases}$$

とする。

- (1) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ のとき， a_2, a_3 を求めよ。
- (2) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ のとき， S_n を n を用いて表せ。
- (3) $f(x) = 2^x$ のとき， $S_n = n \log_2 n - \log_2(n!)$ を示せ。
- (4) 正の整数 n に対して $n! \leq \frac{n^n}{2^{n-1}}$ を示せ。

終