TMPS医学館　過去問解説図書館

数　学

大阪医科薬科大学医学部　2024年度型
そっくり類題セット

※ これは大阪医科薬科大学の入試問題ではありません。
2024年度の出題形式（大問の数・設問の構成・記述式）をもとに、
TMPS医学館が題材や数値・設定を変えて作成したオリジナル問題です。

試験時間の目安：90分

大問	ページ	時間配分の目安
第1問　（数列）	2	20分
第2問　（空間の最短）	3	15分
第3問　（曲線と直線）	4	25分
第4問　（軌跡と面積）	5	22分（見直し8分）

注意事項

1. 問題は第1問〜第4問の全4題である。すべて記述式で、答えだけでなく途中の考え方も書くこと。
2. 「結果のみ解答せよ」とある小問は、答えだけでよい。
3. 図示する問題は、座標軸と目盛り、白丸（含まない点）と黒丸（含む点）を明記すること。
4. 解答・解説は、解説ページ（TMPS医学館の過去問解説図書館）に掲載している。

第1問 $a_1 = 3,\ a_{n+1} = \dfrac{2a_n + 7}{a_n + 2}\quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1) すべての自然数 n に対し，$a_n \geq 2$ であることを示せ。

(2) ある自然数 n に対して，$a_n > \sqrt{7}$ ならば $a_{n+1} < \sqrt{7}$ であり，
また，$a_n < \sqrt{7}$ ならば $a_{n+1} > \sqrt{7}$ であることを示せ。

(3) すべての自然数 n に対し，
$|a_{n+1} - \sqrt{7}| \leq \dfrac{\sqrt{7} - 2}{4} |a_n - \sqrt{7}|$
であることを示せ。

(4) $\lim_{n \to \infty} a_n$ を求めよ。

第2問 座標空間に点 $A(2,3,1)$ と点 $B(4,1,3)$ があり，また xy 平面上を動く点 P と zx 平面上を動く点 Q がある。次の問いに答えよ。ただし設問 (1) は結果のみ解答せよ。

(1) 線分の長さの和 $AP+BP$ の最小値を求めよ。
また和が最小になるときの点 P の座標を求めよ。

(2) 3つの線分の長さの和 $AP+PQ+BQ$ の最小値を求めよ。
また和が最小となるときの点 P, Q の座標を求めよ。

第3問 e は自然対数の底とし，$a,\ b$ は実数の定数とする。座標平面内の曲線 $C:\ y=f(x)=\dfrac{e^{x-a}+e^{-x+a}}{2}+b$ および直線 $L:\ y=g(x)=2x$ について，次の問いに答えよ。

(1) $h(x)=f(x)-g(x)$ とおく。極限 $\lim\limits_{x\to\infty}h(x)$ と $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$ を求めよ。
必要ならば，$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{e^x}=0$ が成り立つことを用いてよい。

(2) C と L が接するための $a,\ b$ の条件を求めよ。

(3) C と L が相異なる2点で交わるための $a,\ b$ の条件を求めよ。

第4問 xy 平面上で点 $P(x, y)$ は，$x = r,\ \ y = \sin\theta \sin^2 r - \sin\theta \sin r + 1$ を満たしながら動くものとする。$r,\ \theta$ は実数として，次の問いに答えよ。

(1) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ かつ $0 \leq r \leq \pi$ を満たしながら r が変化するとき，点 P の描く曲線を求め図示せよ。

(2) $\dfrac{\pi}{6} \leq r \leq \dfrac{\pi}{2}$ かつ $\dfrac{\pi}{6} \leq \theta \leq \dfrac{\pi}{3}$ を満たしながら $r,\ \theta$ が変化するとき，点 P が動く領域の面積を求めよ。

— 終 —